www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

ECOLE SUPERIEURE DE GESTION

CONCOURS D'ENTREE 1990

CONCOURS FORMULES ECONOMIQUE ET TECHNOLOGIQUE

EPREUVE DE MATHEMATIQUES I

DUREE : 4 HEURES COEFFICIENT : 3

MARDI 17 AVRIL DE 14H30 A 18H30

EXERCICE I (7 points)

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que : $f : x \longmapsto f(x) = \dfrac{x}{e^x - 1}$

1) Etudier et représenter graphiquement cette fonction. En déduire que $\forall x \in]0 \; +\infty[\qquad 1 + x < e^x$

2) Soit q un nombre réel strictement positif et soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N}^* \qquad U_n = \sum_{i=1}^{i=n} \ln (1 + q^i)$

(ln désigne le logarithme népérien)

a) En utilisant l'inégalité du 1), montrer que si $0 < q < 1$, la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est majorée

b) Discuter suivant les valeurs de q la convergence de la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$

3) Soit la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \qquad V_n = \frac{x}{e^x - 1} - \sum_{k=1}^{k=n} x e^{-kx}$$

où x est un nombre strictement positif.

Déterminer la limite de la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$

EXERCICE II (4 points)

Soit l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$

Soit $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices carrées d'ordre 2 à coefficients réels.

1) On considère l'application t de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ telle que

$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 \qquad (x,y) \rightsquigarrow t\big((x,y)\big) = (x, \; 2x + 2y)$$

soit T la matrice de t dans la base canonique de $\mathbb{R}^2$.

a) Déterminer les nombres réels λ_1 et λ_2 vérifiant la propriété suivante :

Il existe $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ $\vec{v} \neq (0,0)$ tel que $t(\vec{v}) = \lambda_1 \vec{v}$

Il existe $\vec{w} \in \mathbb{R}^2$ $\vec{w} \neq (0,0)$ tel que $t(\vec{w}) = \lambda_2 \vec{w}$

.../...

b) Soit $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ $\vec{v} \neq (0,0)$ tel que $t(\vec{v}) = \lambda_1 \vec{v}$

Soit $\vec{w} \in \mathbb{R}^2$ $\vec{w} \neq (0,0)$ tel que $t(\vec{w}) = \lambda_2 \vec{w}$

Montrer que $(\vec{v}\ \vec{w})$ est une base de $\mathbb{R}^2$ et déterminer la matrice T' de t dans cette base.

c) Soit $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ calculer $P^{-1} \times T \times P$

En déduire $\forall n \in \mathbb{N}^*$ T^n

3) Soit f l'application de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dans $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ telle que

$\forall M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ $M \rightsquigarrow f(M) = TM - MT$

a) Montrer que f est linéaire

b) Soit $\mathcal{A}$ l'ensemble des matrices $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ telles que $f(M) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Déterminer une base de $\mathcal{A}$

EXERCICE III (9 points)

Un commerçant réceptionne un lot de N articles. Sur ces N articles n d'entre eux sont défectueux.

On suppose $N - n \geqslant 1$ et $n \geqslant 1$

Le commerçant contrôle les articles du lot en les tirant au hasard un à un et sans remise.

Soit X la variable aléatoire égale au rang d'apparition du premier article défectueux contrôlé.

Soit Y la variable aléatoire égale au rang d'apparition du deuxième article défectueux contrôlé.

1) On suppose n = 1

Déterminer la loi de la probabilité de X et calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

2) On suppose n = 2 et N = 6

a) Déterminer la loi de la probabilité de X

b) Déterminer la loi de la probabilité de Y

c) Déterminer la loi conjointe du couple (X,Y). On présentera cette loi par un tableau à double entrée.

d) Calculer la covariance du couple (X,Y)

3) Pour N et n quelconques

a) Déterminer la loi de la probabilité de X

b) Déterminer la loi de la probabilité de Y

4) Pour N quelconque et n = 2, déterminer la loi de la probabilité du couple (X,Y).

5) On suppose N = 9 et n = 2

Le commerçant refuse le lot dans les deux cas suivants : $(X \leqslant 4)$ ou $(X > 4$ et $Y \leqslant 7)$.

Calculer la probabilité que le commerçant refuse le lot.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail